EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

MODELO ECONÓMICO CON NARCOTRÁFICO

PABLO JAVIER SÁNCHEZ BUELNA

PROMOCIÓN 2007-2009

ASESOR:

DR. JAIME SEMPERE

DICIEMBRE 2009

Agradecimientos

Agradezco al Colegio de México por aceptarme en dicha institución de gran importancia en el ámbito académico de México. En particular al Centro de Estudios Económicos y a todos sus profesores por compartir conmigo sus conocimientos que contribuyeron a mi formación. Especialmente al Dr. Jaime Sempere quien me guío de forma brillante durante la realización de esta tesina, gracias a sus observaciones ha sido posible desarrollarla y encontrar resultados relevantes. También agradezco a los comentarios de mi revisor y del Dr. David Cantala quienes ayudaron a clarificar esta investigación.

También al apoyo de mi familia que ha sido indispensable durante este proceso de formación, en especial agradezco a mis padres cuyas enseñanzas me han formado en el desarrollo de mi vida. A mis hermanos Ulises, Úrsula y Fernando, los cuales me han ayudado a retroalimentar mi aprendizaje.

A todos mis compañeros y amigos. En especial a Ivonne Vite por el importante apoyo que me brindo en una época difícil e importante en mi vida, así como las incontables horas que estuvo a lado mío para brindarme tranquilidad y claridad. Por último pero no menos importante, le doy gracias a Concepción cuyos consejos fueron indispensables.

Resumen

En la mayoría de los países, el narcotráfico es una actividad ilegal asociada con actividades criminales violentas que amenazan las instituciones de un país. Esta actividad destruye parte de la riqueza de una nación y genera problemas de salud que provocan pérdidas humanas de forma directa e indirecta. Por estas razones, diversos estados han combatido al narcotráfico, institucionalizando así la llamada guerra antidroga. Estas guerras se realizan en varios frentes con el fin de disminuir la producción y exportación de drogas.

El artículo de Grossman y Mejía (2008) constituye un esfuerzo por evaluar los resultados de la guerra antidrogas, específicamente aquellos obtenidos por la implementación del Plan Colombia, y concluye que el Plan Colombia tiene éxito en la reducción de la producción y exportación de drogas.

El modelo propuesto por Grossman y Mejía utiliza el supuesto de que los productores de droga siempre combaten entre sí. El presente trabajo desarrolla un modelo alterno que introduce el supuesto de que los productores de droga pueden hacer una coalición formando un cártel. El cártel favorece a dichos productores porque elimina el conflicto entre ellos. Por otra parte, se asume que el cártel utiliza sus recursos de manera más eficiente que los productores individuales. Estas dos condiciones implican que el cártel produce menos droga porque es más eficiente para abastecer la demanda y disminuye la competencia.

Los resultados de este modelo contrastan con los obtenidos por Grossman y Mejía. Los principales resultados son tres: 1) cuando la guerra antidroga aumenta los incentivos para la coalición, disminuye la droga producida y exportada dado que el óptimo del cártel es producir menos droga; 2) cuando la guerra antidroga reduce los incentivos a la coalición destruyendo los cárteles existentes, pero la acción del estado no logra disminuir el nuevo aumento en el la producción y exportación de la droga; 3) cuando la guerra antidrogas logra reducir los incentivos a la coalición destruyendo los cárteles, pero a diferencia del resultado anterior, la acción del estado es lo suficientemente fuerte como para reducir el nuevo incremento de la droga producida y exportada.

Índice

1. Introducción

El narcotráfico es una industria ilegal que consiste en el cultivo, manufactura, distribución y venta de drogas ilegales, como es el caso de la marihuana, cocaína, heroína, entre otras. Debido a su carácter ilegal el narcotráfico está ligado a otras industrias relacionadas con el crimen organizado, como son la trata de personas, el lavado de dinero y el tráfico de armas entre otras esto es uno de los principales problemas. El narcotráfico está asociado con la violencia derivada del crimen organizado. El narcotráfico es un problema que amenaza a las instituciones de seguridad de diversos países, como es el caso de México y Colombia. Además, se ha convertido en un problema de salud en otros países. Los dos efectos producen inestabilidad política, económica y social.

El narcotráfico tiene diversos efectos nocivos para la economía: a) en primer lugar es un problema de salud el cual no puede ser cuantificado correctamente debido al carácter ilegal, b) por otra parte la violencia generada por el crimen organizado destruye parte de la riqueza, c) finalmente un clima violento genera incertidumbre entre los accionistas lo que disminuye la inversión.

Para resolver este problema se ha propuesto las siguientes soluciones: una de ellas consiste en legalizar la droga, disminuyendo directamente el gasto del estado al problema de la seguridad. Además, legalizar las drogas tiene el efecto de destruir el poder monopólico de los narcotraficantes lo que reduciría el precio de la droga. Sin embargo, esta solución puede tener un efecto adverso ya que al disminuir el precio de la droga podría aumentar la demanda agravando el problema de salud.

Otra solución al problema considera al crimen organizado como un problema de seguridad, que tiene que ser atendido por la administración pública. La guerra antidroga es parte de esta solución. Su objetivo principal es reducir el número de drogas producidas y por lo tanto su oferta. El modelo que se desarrolla en este trabajo tiene como contexto el segundo escenario.

La lucha del estado contra el narcotráfico se modela con funciones de conflicto que han sido ampliamente utilizadas en la literatura económica[1]. Una función de conflicto asigna un ganador dependiendo de los esfuerzos realizados entre dos o más contendientes.

En esta tesis se estudia el enfrentamiento entre los productores de droga y el estado, utilizando un modelo con funciones de conflicto. El modelo se fundamenta en el modelo de Grossman-Mejía (2008)[2].En el modelo desarrollado por Grossman-Mejía se modela la guerra contra el narcotráfico como un juego secuencial de tres etapas. En la primera etapa el estado entra en conflicto contra los productores por las tierras donde se cultiva la droga, suponiendo que todas las tierras tienen el mismo rendimiento. En la segunda etapa los productores se enfrentan entre ellos para obtener las tierras que son aptas para los cultivos ilegales y que el estado no controla. Finalmente en la tercera etapa el estado emprende campañas de erradicación de los cultivos ilegales que ya fueron plantados en las tierras que el estado no controló.

En este trabajo se realizaran dos modificaciones al modelo de Grossman-Mejía. La primera modificación consiste en suponer que los agentes pueden realizar coaliciones entre ellos formando un cártel. Este supuesto tiene un efecto directo en los beneficios de los narcotraficantes que integran el cártel debido a que reduce la competencia entre ellos. La segunda modificación que se realiza es la introducción de una función de superaditividad, donde se supone que los narcotraficantes que se encuentran dentro de un cártel tienen mayor rendimiento de los recursos debido a la cooperación que existe entre ellos.

La principal conclusión del modelo desarrollado es que la implementación de planes tipo Plan Colombia pueden tener un resultado ambiguo en la reducción de exportación de

---

[1] Ejemplos de estos modelos son: Grossman (1991) en el cual se analiza los efectos que tiene el conflicto en la redistribución del ingreso; el de Grossman-Mendoza (2001) donde se analiza la complementariedad entre el crecimiento económico y el gasto en armamento; Konrad (2008) analiza las propiedades de las funciones de conflicto, así como los problemas más comunes donde han sido empleadas; en Garfinkel-Skaperdas (2007) se puede encontrar una revisión muy completa de trabajos relacionados con funciones de conflicto.

[2] Mejía (2008) utiliza un modelo similar para estudiar la relación entre países productores y consumidores de droga.

droga cuando los incentivos a coludirse disminuyen con la implementación del plan. Lo anterior se debe a que al disminuir la colusión aumenta la producción de droga de la industria, ya que los narcotraficantes individuales no internalizan los efectos del aumento de la producción. Además, al ser más ineficientes, para evitar las campañas de erradicación del estado, tienen que obtener parcelas más grandes para asegurar la producción óptima después de que se realice la erradicación.

El trabajo está organizado de la siguiente forma, en la sección 2 se desarrolla el modelo entre productores y narcotraficantes introduciendo la formación de un cártel y la función superaditiva; en la sección 3 se obtienen los principales resultados del modelo, además se analiza los resultados de cuando no se forma un cártel y cuando todos los productores se encuentran en el cártel; la sección 4 realiza dos simulaciones numéricas. Finalmente en la sección 5 se concluye.

2. Modelo

La principal modificación, al modelo de Grossman-Mejía, consiste en agregar una etapa más al juego secuencial. Por lo tanto el modelo que se usa consta de cuatro etapas. En la primera etapa los narcotraficantes deciden unirse a la coalición que será el cártel, ó enfrentarse individualmente al resto de los narcotraficantes; por su parte el cártel decide el número óptimo de individuos que pueden permanecer en él, tal que maximice el beneficio de los integrantes de la coalición. Las tres etapas siguientes son idénticas a las del modelo de Grossman-Mejía. En la segunda etapa se considera que los productores (i.e. los narcotraficantes y el cártel) se enfrentan contra el estado por el control de las tierras aptas para los cultivos ilegales. En la tercera se modela el enfrentamiento entre productores para obtener las tierras que el estado no controla. Finalmente en la cuarta etapa el estado emprende una campaña de erradicación en contra de los cultivos ilegales que ya fueron plantados en las tierras que el estado no controló.

El modelo consiste en:

n narcotraficantes, donde $n \in N = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Un cártel con l narcotraficantes donde $l \leq n$.

$n - l$ narcotraficantes individuales.

El estado que combate a n-l narcotraficantes individuales y al cártel.

Un observador.

Las acciones que toman los agentes en cada etapa son:

1. Los narcotraficantes deciden si entran o no al cártel.
2. El estado se enfrenta contra el cártel y los narcotraficantes individuales por control de las tierras aptas para los cultivos ilegales.
3. Los productores combaten entre ellos por el control de la tierra no controlada por el estado.
4. El estado emprende campañas de erradicación de la droga ya cultivada.

2.1 Formación del cártel

Se asume que hay $n \in N = \{1, 2, 3, \dots\}$ productores de droga, que son idénticos para simplificar el modelo. Se considera una única coalición formada por l integrantes donde $l \leq n$. Los productores de droga deciden si entran en la coalición ó enfrentan el juego de forma individual. Todos los agentes pueden observar el número de integrantes que hay en la coalición. Los narcotraficantes deciden si entran en el cártel si se cumple:

i) Los beneficios del individuo j, donde $j = 1,2, \dots, l$, son mayores cuando entra al cártel de tamaño l que si se enfrenta individualmente.

$$R_j^c(l) \geq R_j \tag{1}$$

Donde R_j^c son los beneficios obtenidos por el j-ésimo narcotraficante en el cártel, y R_j son los beneficios obtenidos por el j-ésimo narcotraficante que enfrenta el conflicto individualmente.

ii) Los beneficios individuales del individuo j, no pueden ser mayores si se saliera del cártel.

$$R_j^c(l-1) \geq R_j \tag{2}$$

iii) Existe un número de integrantes optimo $l*$, para el cual los integrantes del cártel tienen el máximo beneficio, está es la configuración óptima del cártel. El cártel no acepta más miembros cuando se alcanza $l*$.

$$R_j^c(l^*) \geq R_j^c(l)\ para\ toda\ l \neq l^* \tag{3}$$

Si l^*=n, entonces todos los productores entran en el cártel y se forma la gran coalición. Si l^*<n, entonces los lugares adentro del cártel son asignados por un mecanismo aleatorio que supone distribuciones independientes para cada narcotraficante. Por simplicidad se asume que existe un único l^* para el cual las tres relaciones anteriores se cumplen.

2.1.1 Superaditividad.

Se supone que los narcotraficantes que conforman un cártel tienen mayor rendimiento de los recursos debido a la cooperación que existe entre ellos. Esto se modela con una función superaditiva de esfuerzo, lo que implica que los recursos agregados del cártel sean mayores que sólo la suma de las dotaciones iníciales. La forma general de los efectos de la acumulación de la superaditividad de los esfuerzos es:

$$S(I,m) = I * (1 + g(m))$$

Donde I es la suma de los recursos de todos los narcotraficantes adentro de la coalición y m, $\mathrm{m} \in \mathrm{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, es el número de integrantes que se pueden considerar en la superaditivida. En el desarrollo siguiente I tomara los valores de la suma de los recursos que los productores individuales usan en los conflictos contra: a) el estado por las tierras cultivables, b) el estado por evitar la intercepción de los cargamentos de droga y c) los mismos narcotraficantes por el control de tierras cultivables, es decir $\sum \mathrm{X_i}$, $\sum \mathrm{x_i}, \sum \mathrm{y_i}$. Mientras que m en el desarrollo siguiente tendrá los valores de m=1 para el caso de los narcotraficantes individuales y $\mathrm{m} = \mathrm{l}$ para el caso de la superaditividad del cártel. Por otro lado, $\mathrm{g(m)}$ debe cumplir con $\mathrm{g(m)} \geq 0$, $\mathrm{g}(1) = 0$ es decir cuando no se forma el cártel no existen superaditividad en el esfuerzo; $\mathrm{g}'(\mathrm{m}) \geq 0$ y $\mathrm{g}''(\mathrm{m}) \leq 0$, la función presenta rendimientos decrecientes a escala. Además si $\mathrm{g(m)} = 0 \; \forall \; \mathrm{m}$ se considera que el cártel no es más eficiente que los productores individuales, esta condición se puede usar para estudiar el efecto de la reducción de la eliminación del enfrentamiento entre productores. Se considera que la función superaditiva S es la misma para todas las etapas del juego.

Una vez que se ha formado el cártel este estará en el juego como un único agente, que intenta maximizar sus beneficios.

2.2 Conflicto por las tierras de cultivo

Ahora se considera el conflicto por las tierras de cultivo lo que correspondería a las etapas 2 y 3 del modelo. Sea i, $i = 1,2, \dots, c, \dots, n - m$, cada una de las parcelas donde el estado tiene que enfrentar al i-ésimo productor de droga, c denota las parcelas donde el estado se enfrenta contra el cártel. Cada parcela consiste en $L/(n + 1 - m)$ hectáreas. Asi que el estado entra en conflicto por L hectáreas, dado que hay n-m narcotraficantes individuales y un cártel.

El resultado del conflicto por la parcela i le permite al estado controlar una fracción P_i de la parcela. Se asume que la tecnología del conflicto por el área cultivable es tal que P_i está determinado por medio de una función de conflicto[3], dada por

$$P_i = \frac{Z_i}{Z_i + \Phi S_i(\mathrm{X_i,m})} \tag{4}$$

donde Z_i y X_i son los recursos, valuados en dólares, que el estado y el i-ésimo productor, respectivamente, destinan a esta etapa del conflicto. Los recursos usados en alguna de las etapas del juego no pueden ser usados en las siguientes.

El parámetro positivo Φ, mide la efectividad relativa de los recursos que los productores usan para el conflicto armado. Se supone que los narcotraficantes tienen ventaja sobre las

[3] Existen otras funciones de conflicto que permiten alianzas dentro de las funciones como señala Skaperdas (1994).

fuerzas estatales debido a que pueden usar mano de obra más barata, y pueden usar técnicas de guerrilla. La función $S_i(\mathrm{X_i}, \mathrm{m})$ es la función superaditiva, si i es un narcotraficante individual entonces m=1; pero si i=c entonces m=l. La función para el i-ésimo narcotraficante individual es

$$P_i = \frac{Z_i}{Z_i + \Phi X_i}$$

mientras que para el cártel es

$$P_c = \frac{Z_c}{Z_c + \Phi X_c\big(1 + g(m)\big)}$$

Además el i-ésimo productor entra en conflicto con el resto de los narcotraficantes por $\sum_i^{n-l+1}(1 - P_i)L_i$ hectáreas que son las que el estado no controla. Se asume que el productor obtiene una fracción p_i de estas hectáreas, donde p_i se determina por la función de conflicto dado por

$$p_i = \frac{S_i(\mathrm{y_i},\mathrm{m})}{S_i(\mathrm{y_i},\mathrm{m}) + \sum_{\mathrm{j}\neq\mathrm{i}} S_j(\mathrm{y_j},\mathrm{m})} \tag{5}$$

donde y_i y y_j son los recursos, valuados en dólares, que el i-ésimo y j-ésimo productor, respectivamente, destinan a esta etapa del conflicto. Para el i-ésimo narcotraficante individual se tiene

$$p_i = \frac{y_i}{y_i + \sum_{\mathrm{j}\neq\mathrm{k,c}} y_j + y_c\big(1 + g(m)\big)}$$

y el cártel tiene la siguiente función:

$$p_c = \frac{y_c\big(1 + g(m)\big)}{y_c\big(1 + g(m)\big) + \sum_{\mathrm{i}\neq\mathrm{c}} y_i}$$

La ecuación (5) asume que los productores son igualmente efectivos para usar sus recursos, es decir poseen la misma tecnología. El narcotraficante i-ésimo controla una suma positiva de tierra si se cumplen las siguientes condiciones $\sum_i^{n-l+1}(1-P_i)L_i > 0$ y $y_i > 0$.

2.3 Erradicación e intercepción.

Finalmente en la última etapa del juego, el estado intenta evitar que la droga se exporte. El estado emprende campañas para eliminar los cultivos ilegales plantados en las tierras que no controla y para interceptar los cargamentos de droga que pueden ser usados como insumos en drogas más refinadas. En esta etapa se supone que el i-ésimo productor logra exportar una fracción q_i de drogas que pueden ser potencialmente producidas en la tierra que controla, donde q_i está dada por la siguiente función de conflicto

$$q_i = \frac{\emptyset S_i(\mathrm{x_i,m})}{\emptyset S_i(\mathrm{x_i,m}) + \mathrm{z_i}} \tag{6}$$

donde z_i son los recursos, valuados en dólares, que el estado gasta para intentar erradicar los cultivos en contra del i-ésimo productor, y x_i son los recursos, valuados en dólares, el i-ésimo productor destina para evadir los esfuerzos de erradicación del estado. La función para el i-ésimo productor que no se encuentra dentro del cártel es:

$$q_i = \frac{\emptyset x_i}{\emptyset x_i + \mathrm{z_i}}$$

mientras que para la coalición se tiene

$$q_c = \frac{\emptyset x_c\big(1+g(m)\big)}{\emptyset x_c\big(1+g(m)\big) + \mathrm{z_c}}$$

2.4 Los productores de droga.

Los beneficios obtenidos por el i-ésimo narcotraficante son

$$R_i = \mathcal{C} q_i p_i \sum_i (1-P_i) \frac{L}{n-m+1} - (X_i + y_i + x_i) \tag{7}$$

donde $\mathcal{C}$ denota el beneficio potencial, en dólares, por cada hectárea de la tierra que está en control de los productores de droga y que es usada para cultivos ilegales. La ecuación

(6) dice que los beneficios del i-ésimo dependen de los beneficios potenciales de la cantidad de tierra que controla $p_i \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n-m+1}$, y de la cantidad de droga que puede evitar ser destruida q_i. Además se introduce el término del gasto X_i, y_i, x_i que realiza el narcotraficante para cada una de las etapas anteriormente descritas. El i-ésimo productor escoge X_i, y_i, x_i, para maximizar su beneficio considerando que $\mathcal{C}$, Z_i, $\mathrm{z_i}$, $\mathrm{y_j}$, y P_j, están dados, por lo que se tiene el sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial R_i}{\partial X_i} = -q_i \mathcal{C} p_i \frac{\partial P_i}{\partial X_i} \frac{L}{n} - 1 = 0$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial y_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial X_i} \mathcal{C} p_i \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} - 1 = 0$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial X_i} = -q_i \mathcal{C} \frac{\partial p_i}{\partial X_i} \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} - 1 = 0$$

Suponiendo que en los tres casos anteriores se tienen soluciones interiores usando (4), (5) y (6) se puede resolver el sistema de donde se tiene las siguientes expresiones

$$\Phi Z_i q_i \mathcal{C} p_i \big(1 + g(m)\big) \tfrac{L}{n} = \Big(Z_i + \Phi X_i \big(1 + g(m)\big)\Big)^2 \tag{8}$$

$$\big(1 + g(m)\big) q_i \mathcal{C} \textstyle\sum_{-\mathrm{i}} \mathrm{y}_{-\mathrm{i}} \big(1 + g^2(m)\big) \sum_i (1 - P_i) \tfrac{L}{n} = \Big(\mathrm{y_i}\big(1 + g(m)\big) + \sum_{-\mathrm{i}} \mathrm{y}_{-\mathrm{i}} \big(1 + g(m)\big)\Big)^2 \tag{9}$$

$$\emptyset z_i \mathcal{C} \big(1 + g(m)\big) p_i \textstyle\sum_i (1 - P_i) \tfrac{L}{n} = \Big(z_i + \emptyset x_i \big(1 + g(m)\big)\Big)^2 \tag{10}$$

En particular las soluciones para el k-ésimo narcotraficante individual son:

$$\Phi Z_k q_k \mathcal{C} p_k \frac{L}{n} = (Z_k + \Phi X_k)^2$$

$$q_k \mathcal{C} \left(\sum_{\mathrm{i} \neq \mathrm{k,c}} y_i + y_c \big(1 + g(m)\big) \right) \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} = \left(y_k + \sum_{\mathrm{i} \neq \mathrm{k,c}} y_i + y_c \big(1 + g(m)\big) \right)^2$$

$$\emptyset z_k \mathcal{C} p_k \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} = (z_k + \emptyset x_k)^2$$

para el cártel se tiene

$$\Phi Z_c q_c \mathcal{C} p_c \big(1 + g(m)\big) \frac{L}{n} = \Big(Z_c + \Phi X_c \big(1 + g(m)\big)\Big)^2$$

$$q_c \mathcal{C} \sum_{\mathrm{i \neq c}} y_i \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} = \left(y_c \big(1 + g(m)\big) + \sum_{\mathrm{i \neq c}} y_i\right)^2$$

$$\emptyset z_c \mathcal{C} \big(1 + g(m)\big) p_c \sum_i (1 - P_i) \frac{L}{n} = \Big(z_c + \emptyset x_c \big(1 + g(m)\big)\Big)^2$$

2.5 El estado y el observador.

Existe un observador que utiliza una estrategia de “premios y castigos” (stick and carrots) con el estado para que combata a los narcotraficantes. Si el observador percibe que el estado está luchando en contra del narcotráfico subsidia la lucha en contra de los productores de droga. Pero si el observador no percibe que el estado está luchando contra el narco, lo etiqueta como “narco-estado”, como consecuencia, éste es castigado por la comunidad internacional.

El observador etiqueta al estado dependiendo del nivel de drogas duras que exporta el estado.

$$D = \lambda \sum_i q_i (1 - P_i) \frac{L}{n - m + 1}$$

En donde λ representa el número de kilogramos de droga que pueden ser producidos antes de que se lleve a cabo la erradicación.

Se supone que el estado asocia una probabilidad $D/\lambda L$ a ser etiquetado como un “narco-estado”. Además el estado percibe un costo potencial h si llega a ser etiquetado de esta manera. El costo esperado por el estado de ser etiquetado como un "narco-estado" es el producto del costo potencial h por la probabilidad de ser etiquetado.

El "premio" es que, si el estado lucha en contra del narcotráfico, el observador proporciona una fracción de recursos $1-\Omega$ al conflicto del estado contra el narcotráfico por el control de tierras, y una fracción $1-\omega$ al conflicto del estado en contra del narcotráfico para la erradicación y exportación.

Dada ésta estructura de "premios y castigos", el estado espera un pago de la guerra antidrogas dado por

$$S = b\sum_i P_i \frac{L}{n} - h\frac{D}{\lambda L} - \Omega\sum_i Z_i - \omega\sum_i z_i \quad (11)$$

Donde b es el rendimiento del cultivo legal más productivo del país[4]. Las condiciones de primer orden de este problema son

$$\frac{\partial S}{\partial Z_i} = h\frac{1}{n}q_i\frac{\partial P_i}{\partial Z_i} - \Omega = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial z_i} = h\frac{1}{n}\frac{\partial q_i}{\partial z_i}(1-P_i) - \omega = 0$$

Para resolverlas se usa (4) y (6)

$$\frac{hq_i}{n\Omega}\Phi X_i\big(1+g^1(m)\big) = \Big(Z_i + \Phi X_i\big(1+g(m)\big)\Big)^2 \quad (12)$$

$$\frac{h(1-P_i)}{n\omega}\phi x_i\big(1+g^3(m)\big) = \Big(z_i + \emptyset x_i\big(1+g(m)\big)\Big)^2 \quad (13)$$

Para el caso del k-ésimo narco las expresiones son:

$$\frac{hq_k}{n\Omega}\phi X_k = (Z_k + \emptyset X_k)^2$$

$$\frac{h(1-P_k)}{n\omega}\phi x_k = (z_k + \emptyset x_k)^2$$

[4] En lo que continua se considera *b*=0

Mientras que para el cártel se tiene

$$\frac{hq_c}{n\Omega}\phi X_c\left(1+g^1(m)\right)=\left(Z_c+\emptyset X_c\left(1+g^1(m)\right)\right)^2$$

$$\frac{h(1-P_c)}{n\omega}\phi x_c\left(1+g^3(m)\right)=\left(z_c+\emptyset x_c\left(1+g^3(m)\right)\right)^2$$

3. Resolución del modelo

Una vez planteado el modelo, en esta sección se resuelve y se analizan las implicaciones de los parámetros en las soluciones. En particular se analiza cual es el efecto que tiene el número de integrantes en el cártel sobre los resultados del cártel y los productores individuales, además se analiza que efectos produce un cambio de política de Ω, y de ω.

3.1 Solución del sistema.

Se desea resolver el sistema de ecuaciones formado por las expresiones (8), (9), (10), (12) y (13). Para lo cual se usan los supuestos de que todos los narcotraficantes son idénticos y las soluciones son interiores. Por estos supuestos, todos los narcotraficantes que no están a dentro del cártel colocaran los mismos recursos en cada una de las etapas del juego $(X_i, x_i, y_i, Z_i, z_i) = (X, x, y, Z, z)\ \forall i \neq c$. Como colocan los mismos recursos, obtienen las mismas proporciones de tierra en cada una de las etapas del juego y logran exportar la misma fracción de drogas, es decir $(1-P_i, p_i, q_i) = (1-P, p, q)\ \forall i \neq c$. Mientras que el cártel colocara una fracción de recursos $(X_c, x_c, y_c, Z_c, z_c)$, y obtendrá como en cada una de las etapas del juego $(1-P_c, p_c, q_c)$. Las soluciones que corresponden a la maximización de los beneficios de los narcotraficantes individuales es

$$X=\frac{\Phi h\Omega q}{n\left(\frac{h}{CLp}+\Phi\Omega\right)^2} \qquad (14)$$

$$Z=\frac{\Phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)q}{pn\left(\frac{h}{CLp}+\Phi\Omega\right)^2} \qquad (15)$$

$$y = \frac{\mathcal{C}(n-m)\left[\sum_i (1-P_i)\frac{L}{n}\right] q^2 q_c\left(1+g(m)\right)}{\left((n-m)q_c\left(1+g(m)\right)+q\right)^2} \tag{16}$$

$$x = \frac{\phi h \omega (1-\mathrm{P})}{n\left[\frac{h(1-\mathrm{P})}{\mathcal{C}pL\sum_i(1-P_i)}+\phi\omega\right]^2} \tag{17}$$

$$z = \frac{\phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)(1-\mathrm{P})^2}{np\sum_i(1-P_i)\left[\frac{h(1-\mathrm{P})}{\mathcal{C}p_cL\sum_i(1-P_i)}+\phi\omega\right]^2} \tag{18}$$

Los recursos óptimos que usa el cártel son:

$$X_c = \frac{\Phi h \Omega q_c\left(1+g(m)\right)}{n\left(\frac{h}{\mathcal{C}Lp_c}+\left(1+g(m)\right)\Phi\Omega\right)^2} \tag{19}$$

$$Z_c = \frac{\Phi\left(\frac{h^2}{\mathcal{C}L}\right)q_c\left(1+g(m)\right)}{p_c n\left(\frac{h}{\mathcal{C}Lp_c}+\Phi\Omega\left(1+g(m)\right)\right)^2} \tag{20}$$

$$y_c = \frac{\left[(n-m)\left(q_c\left(1+g(m)\right)-q\right)+q\right]\mathcal{C}(n-m)\left[\sum_i(1-P_i)\frac{L}{n}\right]qq_c}{\left((n-m)q_c\left(1+g(m)\right)+q\right)^2} \tag{21}$$

$$x_c = \frac{\phi h\omega(1-\mathrm{P}_c)\left(1+g(m)\right)}{n\left[\frac{h(1-\mathrm{P}_c)}{\mathcal{C}p_cL\sum_i(1-P_i)}+\phi\omega\left(1+g(m)\right)\right]^2} \tag{22}$$

$$z_c = \frac{\phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)(1-\mathrm{P}_c)^2\left(1+g(m)\right)}{np_c\sum_i(1-P_i)\left[\frac{h(1-\mathrm{P}_c)}{\mathcal{C}p_cL\sum_i(1-P_i)}+\phi\omega\left(1+g(m)\right)\right]^2} \tag{23}$$

Las ecuaciones (14-23) dan la configuración óptima de los recursos. Se sustituye las ecuaciones (14) y (15) en (4) y se obtiene:

$$1-\mathrm{P} = \frac{\Phi\Omega}{\left(\frac{h}{\mathcal{C}Lp}+\Phi\Omega\right)} \tag{24}$$

y de las ecuaciones (19) y (20) en (4) se tiene

$$1 - \mathrm{P_c} = \frac{\Phi\Omega\big(1+g(m)\big)}{\left(\frac{h}{CLp_c}+\Phi\big(1+g(m)\big)\Omega\right)} \tag{25}$$

Las ecuaciones (24) y (25) muestran las tierras que los productores de droga, tanto de los individuales como del cártel, logran controlar en el conflicto contra el estado por el control de tierras de cultivo. Las tierras dependen positivamente de la tecnología Φ, también hay una dependencia positiva con el resultado que se tiene de la disputa de tierras contra el resto de los narcotraficanctes p y p_c, respectivamente. Finalmente de la ecuación (25) se tiene una relación positiva entre el número de integrantes en el cártel y el control de tierras que disputan el cártel y el estado, este efecto se debe a un efecto directo debido a la superaditividad de los esfuerzos, y a un efecto indirecto debido a que aumenta p_c este último efecto se demuestra en la siguiente sección.

Sustituyendo las ecuaciones (17) y (18) en (6) se tiene

$$q = \frac{\frac{\phi\omega p}{1-\mathrm{P}}\sum_i(1-P_i)}{\frac{\phi\omega p}{1-\mathrm{P}}\sum_i(1-P_i)+\frac{h}{cL}} \tag{26}$$

la proporción de drogas que no son erradicadas por el estado para los narcotraficantes individuales, para el caso del cártel se tiene

$$q_c = \frac{\frac{\phi\omega p_c}{1-\mathrm{P_c}}\big(1+g(m)\big)\sum_i(1-P_i)}{\frac{\phi\omega p_c}{1-\mathrm{P_c}}\big(1+g(m)\big)\sum_i(1-P_i)+\frac{h}{cL}} \tag{27}$$

Las ecuaciones (26) y (27) dependen positivamente de la tecnología ϕ, por otra parte vemos que dependen positivamente de la proporción $p\sum_i(1-P_i)/(1-\mathrm{P})$ en el caso de la ecuación (26), y de $p_c\sum_i(1-P_i)/(1-\mathrm{P_c})$ en el caso de la ecuación (27). Esta proporción es la proporción de tierras disputables que logra obtener el i-ésimo productor. Por otra parte el número de integrantes en el cártel tienen una relación positiva con la proporción de droga que el estado no logra erradicar. Este efecto positivo se debe, al igual que en la ecuación (25), por el efecto positivo de la superaditividad de los esfuerzos y a los efectos indirectos que provoca en p_c y $1-\mathrm{P_c}$.

Por otro lado, se sustituye (16) y (21) en (5)

$$p = \frac{q}{(n-m)q_c\big(1+g(m)\big)+q} \tag{28}$$

para el caso de las tierras que controla los productores individuales, mientras que el cártel consigue controlar

$$p_c = \frac{(n-m)q_c\big(1+g(m)\big)-(n-m-1)q}{(n-m)q_c\big(1+g(m)\big)+q} \tag{29}$$

Las ecuaciones (28) y (29) tienen resultados similares, dependen positivamente de q (q_c para la ecuación 29), y negativamente de q_c (q). El efecto de m en el cártel es positivo, tal y como se demostrará en la siguiente sección, de la ecuación (29) se desprenden tres efectos positivos de un aumento en el número de integrantes en el cártel. El primero disminuye el conflicto por las tierras de cultivo entre los narcotraficantes debido a que se incrementa el tamaño de la coalición, lo que reduce la defensa que se tiene que realizar por las tierras que el estado no controla. El segundo efecto positivo esta dado por la superaditividad. El último, se debe a que un mayor número de integrantes aumenta la proporción de droga que no puede erradicar el estado.

3.2 Los integrantes del cártel

Para terminar de caracterizar el juego se tiene que obtener el número de narcotraficantes óptimo dentro del cártel. Para lo cual se tiene que calcular el beneficio de los integrantes del cártel, que están dados por

$$R_j = \mu R_c - f(l) \tag{30}$$

En donde R_c está dado por la expresión (7). $\mu = \frac{X_j+y_j+x_j}{X_c+y_c+x_c}$; X_j es la cantidad de recursos, valuados en dólares, que destina el individuo j para el conflicto que tiene el cártel por el control de tierras con el estado; y_j es la cantidad de recursos, valuados en dólares, que destina el individuo j para el conflicto que tiene el cártel por el control de tierras con los otros narcotraficantes; y x_j es la cantidad de recursos, valuados en dólares, que destina el individuo j para el conflicto que tiene el cártel con el estado para exportar la droga. Las aportaciones que realiza el j-ésimo productor se realizan antes de iniciar con la segunda etapa del juego para evitar un problema de "oportunismo" (free rider) entre los integrantes. Las aportaciones además deben cumplir con las siguientes condiciones, $\sum_j^l X_j = X_c$, $\sum_j^l y_j = y_c$, y $\sum_j^l x_j = x_c$. Por otra parte $f(l)$ son los costos de monitoreo que enfrenta el cártel. Estos costos cumplen lo siguiente $f(1) = 0$, $f'(l) \geq 0$, $f''(l) \geq 0$.

La expresión (30) muestra que los beneficios individuales de los integrantes del cártel son una proporción del esfuerzo realizado por el individuo durante los diferentes conflictos, usando el supuesto de que los narcotraficantes son idénticos se tiene que $\mu = 1/l$. Usando la ecuación (30) y la ecuación (7) para el caso de los productores individuales, en las ecuaciones (1-3) se obtiene el número óptimo de narcotraficantes en el cártel. Sin embargo surgen dificultades técnicas debido a la interrelación que existe entre las variables.

A pesar de estas dificultades se pueden obtener resultados para $l^* = 1$ y cuando se forma la gran coalición $l^* = n$. De estas dos coaliciones particulares se desprenden las siguientes proposiciones.

Si l=1 entonces por construcción obtenemos que $g(1) = 0$. Sustituyendo en las ecuaciones (14-23) se tiene

$$X = X_c = \frac{\Phi h \Omega q}{n\left(\frac{h}{CL}n + \Phi\Omega\right)^2}$$

$$Z = Z_c = \frac{\Phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)q}{\left(\frac{h}{CL}n + \Phi\Omega\right)^2}$$

$$y = y_c = \frac{cL(n-1)(1-P)q}{n^2}$$

$$x = x_c = \frac{\phi h \omega (1 - \mathrm{P})}{n\left[\frac{h}{CL} + \phi\omega\right]^2}$$

$$z = z_c = \frac{\phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)(1-\mathrm{P})}{n\left[\frac{h}{CL}+\phi\omega\right]^2}$$

Está sería la agrupación de recursos óptima en este caso. Estos resultados son iguales a los que reportaron Grossman-Mejía en su artículo. Las ecuaciones (28) y (29) toman el valor

$$p = p_c = \frac{1}{n} \tag{31}$$

A diferencia de las ecuaciones (28) y (29), la expresión (31) no considera los conflictos que tienen los productores de droga entre ellos, ni el conflicto de los productores contra el estado. Se observa que si y_i y y_j fueran cero se tendría la misma solución si se sustituye en la expresión (5) cuando l=1. Sin embargo, esto no es un equilibrio ya que si el i-ésimo productor se desvía y coloca $y_i \neq 0$ obtiene $p_i = 1$. Por otra parte cuando se sustituye en (24) y (25) se tiene

$$1-\mathrm{P} = 1-\mathrm{P_c} = \frac{\Phi\Omega}{\left(\frac{h}{CL}n+\Phi\Omega\right)} \tag{32}$$

Esta expresión no considera la relación de segundo orden con los otros dos conflictos. En este caso hay una relación positiva con la tecnología Φ, además hay una relación positiva con Ω. Está relación no se puede derivar directamente de (24) ó (25) debido a las interacciones de segundo orden en el resto de las etapas del conflicto. Por último hay una relación negativa entre $1-\mathrm{P}$ y n.

Finalmente la solución de equilibrio cuando se considera el conflicto de la erradicación es:

$$q = q_c = \frac{\phi\omega}{\phi\omega+\frac{h}{cL}} \tag{33}$$

Esta expresión al igual que la anterior no considera las interacciones de segundo orden, esta ecuación muestra una relación positiva entre ϕ y ω. Por otra parte

$$q^I = \sum_i q = n\frac{\phi\omega}{\phi\omega+\frac{h}{cL}} \tag{34}$$

Donde q^I es la producción de droga no erradicas de la industria, q es la obtenida en (33).

Lema 1. Cuando todos los narcotraficantes se encuentran en el cártel, entonces el problema que resolvemos es equivalente a aquel donde los narcotraficantes solo se enfrentan contra el estado.

Prueba.

En este caso l=n por lo que el conjunto de productores individuales es el conjunto vacio. Por lo tanto las asignaciones de los narcotraficantes individuales son cero. La asignación óptima de los recursos del cártel cuando m=n es:

$$X_c = \frac{\phi h \Omega q_c \left(1+g(n)\right)}{n\left(\frac{h}{CL} + \left(1+g(n)\right)\phi\Omega\right)^2}$$

$$Z_c = \frac{\phi\left(\frac{h^2}{cL}\right) q_c \left(1+g(n)\right)}{n\left(\frac{h}{CL} + \phi\left(1+g(n)\right)\Omega\right)^2}$$

$$y_c = 0$$

$$x_c = \frac{\phi h \omega (1-\mathrm{P_c})\left(1+g(n)\right)}{n\left[\frac{h}{CL} + \phi\omega\left(1+g(n)\right)\right]^2}$$

$$z_c = \frac{\phi\left(\frac{h^2}{cL}\right)(1-\mathrm{P_c})\left(1+g(n)\right)}{n\left[\frac{h}{CL} + \phi\omega\left(1+g(n)\right)\right]^2}$$

El resultado donde $y_c = 0$ implica que no se gastan recursos en la segunda etapa del conflicto, este resultado es obvio dado que sólo existe un agente en las etapas 2 a 4. Los resultados del juego de equilibrio son:

$$p_c = \frac{q}{q} = 1 \tag{35}$$

El cártel se queda con todas las tierras que fueron peleadas contra el estado. En otras palabras no existe el conflicto de la segunda etapa. Comparando (35) con (31) se llega a la conclusión de que p_c aumenta cuando aumenta m como se había mencionado anteriormente.

Por otra parte

$$1 - \mathrm{P_c} = \frac{\Phi\Omega\big(1+g(n)\big)}{\left(\frac{h}{cL}+\big(1+g(n)\big)\Phi\Omega\right)} \tag{36}$$

La ecuación (36) es una función creciente en Φ y Ω. También es creciente en n, a diferencia de la expresión (32). Esto se debe a que la única forma de que la gran coalición obtenga un mayor número de tierras es disputándolas contra el estado. En cambio, cuando se considera que no hay cártel la competencia entre los productores reduce su capacidad de disputar las tierras en contra del estado.

Finalmente

$$q_c = \frac{\phi\omega\big(1+g(n)\big)}{\phi\omega\big(1+g(n)\big)+\frac{h}{cL}} \tag{37}$$

Esta expresión, al igual que la anterior, es creciente en ϕ, ω, y n. Al comparar esta expresión con (34) se observa que

$$q^I \geq q_c \tag{38}$$

debido a que $g(n)$ es una función cóncava.

3.3 El Plan Colombia

El Plan Colombia consiste en un apoyo que realiza el gobierno de E.U. al gobierno de Colombia para su lucha contra el narcotráfico, E.U. apoya a Colombia otorgándole recursos monetarios y equipo militar, estos apoyos son valuados en dólares. Esto disminuye el gasto de Colombia, lo que, representa una disminución de los parámetros Ω y ω, en el modelo que se desarrollo anteriormente. A continuación, se analiza cómo cambian los incentivos a la colusión de los productores con estos cambios de política. La estrategia que se sigue es obtener el efecto que tiene el cambio de política en los beneficios de cada uno de los integrantes del cártel

$$\frac{\partial R_j}{\partial \Omega}\ y\ \frac{\partial R_j}{\partial \omega}$$

y comparar el resultado obtenido con el efecto sobre los beneficios de los narcotraficantes individuales.

$$\frac{\partial R_i}{\partial \Omega}\ y\ \frac{\partial R_i}{\partial \omega}$$

El cambio de los beneficios de los integrantes del cártel es:

$$\frac{\partial R_j}{\partial \Omega} = \frac{\partial}{\partial \Omega}\big(\mu R_c - f(m)\big) = \mu \frac{\partial}{\partial \Omega} R_c + R_c \frac{\partial}{\partial \Omega}\mu \tag{39}$$

$$\frac{\partial R_j}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega}\big(\mu R_c - f(m)\big) = \mu \frac{\partial}{\partial \omega} R_c + R_c \frac{\partial}{\partial \omega}\mu \tag{40}$$

Si el cambio de Ω y ω es grande, es difícil evaluar los cambios de política, ya que cambian toda la composición de los gastos de los agentes X_c, y_c, x_c, X_i, y_i, x_i, por lo tanto, los resultados obtenidos por cada uno de ellos. Si el cambio de Ω y ω es infinitesimal se puede considerar que la composición de los gastos permanece prácticamente constante, por lo que se puede realizar la siguientes aproximaciones

$$\frac{\partial R_j}{\partial \Omega} \approx \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{y_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, x_i} + +\mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, y_i} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \Omega}_{y_c,\, x_c} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \Omega}_{X_c,\, x_c} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c} \tag{41}$$

$$\frac{\partial R_j}{\partial \omega} \approx \mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{y_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i}\ \mu \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{y_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{X_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, X_i, y_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, y_i, x_i} + +\mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, x_i} + \mu \frac{\partial R_c}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, y_i} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \omega}_{y_c,\, x_c} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \omega}_{X_c,\, x_c} + R_c \frac{\partial \mu}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c} \tag{42}$$

los subíndices debajo de las derivadas indican las variables que se mantienen constantes ante el cambio. Mantener constante X_c, y_c, x_c, X_i, y_i, x_i, implica mantener constante a

$1 - P_c, q_c,\ p_c, 1 - P,\ q,\ p$ correspondientemente. Es decir, solamente se considera el cambio que se produce en una de las variables mientras se mantienen el resto de las variables constante. Esto elimina los efectos que se tienen de segundo orden por lo que solo evaluamos el efecto de primer orden en las variables. Similarmente, para los narcotraficantes individuales tenemos

$$\frac{\partial R}{\partial \Omega} \approx \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{X_c,\, x_c, y_c,, y_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{X_c,\, x_c, y_c,, X_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, y_i} + \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{y_c,\, x_c, X_i, y_{i, x_i}} + \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{X_c,\, x_c, X_i, y_{i, x_i}} + \frac{\partial R_c}{\partial \Omega}_{X_c, y_c, X_i, y_{i, x_i}} \tag{43}$$

$$\frac{\partial R}{\partial \omega} \approx \frac{\partial R}{\partial \Omega}_{y_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \omega}_{X_c,\, x_c,\, X_i, y_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, X_i, y_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, y_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, x_i} + \frac{\partial R}{\partial \omega}_{X_c,\, y_c,\, x_c, X_i, y_i} \tag{44}$$

Para los productores de droga individuales se llega a la siguiente expresión

$$\frac{\partial R}{\partial \Omega} \approx \frac{1}{n\left(\frac{\hbar}{p} + \phi\Omega\right)^3} \left(\frac{\hbar}{p} hq(1 - \phi p) + hq\phi\Omega(1 + \phi \mathrm{p}) + q\left(\frac{\hbar}{p} + \phi\Omega\right) \frac{p_c h}{p} \left(\frac{\hbar + \phi\Omega p}{\hbar + S\phi\Omega p_c}\right)^2 \right) \tag{45}$$

Mientras que para los integrantes del cártel

$$\frac{\partial R_j}{\partial \Omega} \approx \frac{\mu}{n\left(\frac{\hbar}{p_c} + S\phi\Omega\right)^3} \Bigg[\frac{\hbar}{p_c} hq_c(1 - \phi S p_c) + S\phi\Omega h q_c(1 + p_c S\phi) + \left(h(n - m)\left(\frac{\hbar}{p_c} + S\phi\Omega\right) q_c \frac{p}{p_c} \left(\frac{\hbar + S\phi\Omega p_c}{\hbar + \phi\Omega p}\right)^2 \right) \Bigg] \tag{46}$$

Donde se redefine $S = 1 + g(m)$, y $\hbar = \frac{h}{cL}$, h es el costo en dólares de ser etiquetado como un estado del narcotráfico, c es el beneficio potencial en dólares por cada hectárea obtenida y L es el número de hectáreas totales. Es decir que cL es el beneficio potencial del narcotráfico. Por lo que $\hbar$ es la razón entre el costo potencial para el estado, y el beneficio potencial para los narcotraficantes, $\hbar \geq 0$. Restringimos el análisis al caso en que $\frac{\partial R}{\partial \Omega} > 0$ y $\frac{\partial R_j}{\partial \Omega} > 0$[5], es decir los casos donde la relación es positiva con el parámetro Ω. Se puede suponer que existe un $\hat{l}$ de equilibrio tal que para $l > \hat{l}$

Caso 1

Supongamos que existe un $\hat{l}$ de equilibrio tal que para $l^* > \hat{l}$, entonces se cumple

$$\frac{\partial R}{\partial \Omega} > \mu \frac{\partial R_j}{\partial \Omega} \tag{47}$$

Los beneficios de los narcotraficantes individuales aumentan más rápidamente que los beneficios de los integrantes del cártel.

Proposición 1. *Si $l^* > \hat{l}$, la implementación del Plan Colombia (i.e decir una reducción de Ω) reduce los beneficios de los narcotraficantes individuales más rápido que los beneficios de los integrantes del cártel. En este caso la implementación del Plan Colombia aumenta los incentivos para la colusión. Si aumenta la colusión la producción de droga que se puede exportar disminuye como lo muestra la ecuación (38). Por lo que el Plan Colombia tiene dos efectos que van en el mismo sentido, reduce el nivel de narcotráfico debido a que reduce los beneficios de los productores de droga, por otra parte reduce la producción de droga debido a una mayor colusión entre los narcotraficantes.*

Este resultado mostraría una reducción de la violencia del narcotráfico debido al aumento de la colusión.

Caso 2. Para un $l^* < \hat{l}$, que

$$\mu \frac{\partial R_j}{\partial \Omega} > \frac{\partial R}{\partial \Omega}$$

---

[5] Para tener $\frac{\partial R}{\partial \Omega} < 0$ se necesita cumplir que $\phi p > 1$ y $\frac{\hbar}{p}(1 - \phi p) > \phi\Omega(1 + \phi \mathrm{p}) + \left(\frac{\hbar}{p} + \phi\Omega\right)\frac{p_c}{p}\left(\frac{\hbar + \phi\Omega p}{\hbar + S\phi\Omega p_c}\right)^2$ lo que es poco probable que se cumpla.

Proposición 2. *Si $l^* < \hat{l}$, entonces los beneficios de los integrantes del cártel se reducen más rápido que el de los productores de droga individuales. En este caso el Plan Colombia genera incentivos para la destrucción de cárteles de droga. Si disminuye la colusión entre los productores de droga aumentando el número de productores individuales, aumentara la producción de droga de la industria que no es erradicada por el estado, como muestra la ecuación (38). En este caso el Plan Colombia tiene dos efectos que son contrarios, por un lado se produce una reducción general de los beneficios del narcotráfico y por lo tanto una reducción de la producción de droga, por el otro aumenta la producción de droga debido a la reducción de la colusión que aumenta la producción de droga de la industria.*

En este escenario existen dos efectos contrarios que pueden limitar los resultados de un plan tipo Plan Colombia. Existe un intercambio (trade off) entre la reducción de los beneficios de los productores y un aumento del número de productores, por lo que el resultado final es ambiguo. En este escenario se observa un aumento del nivel de violencia derivada de la lucha entre narcotraficantes.

4. Simulaciones

En este apartado se realizan simulaciones numéricas para obtener resultados particulares del modelo descrito en los apartados anteriores, las simulaciones numéricas son necesarias para resolver el sistema de ecuaciones (14-23). Las simulaciones han sido realizadas con el paquete de computo Matlab y los resultados han sido exportados a Excel para su presentación

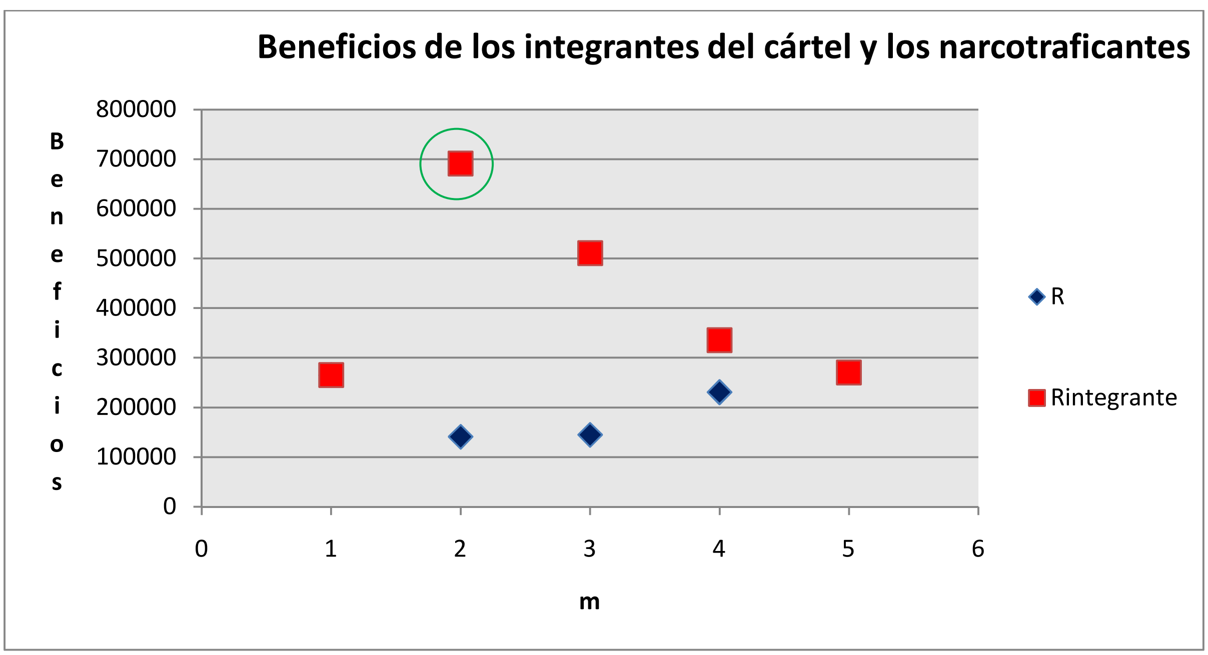
4.1 Determinantes del número óptimo de productores en el cártel.

En este caso se hacen los siguientes supuestos $g(m) = \ln(m)$, $f(m) = e^{m-1} - 1$, n=5; $\Phi = 1.5$, $\phi = 1.5$, ω=0.4, Ω=0.6, $\mathcal{C}$=10,000, h=4,000, L=452. En este caso se tiene

m	R	Rcártel	Rintegrante	ΔRintegrante	q	qcártel	Qintegrante
1	264870	264870	264870		0.9985	0.9985	0.9985
2	141020	1382900	691450	426580	0.9978	0.9996	0.4998
3	144940	1532000	510650	-180800	0.9975	0.9996	0.3332
4	230590	1342200	335530	-175120	0.9975	0.9996	0.2499
5	0	1352900	270530	-65000	0	0.9994	0.19988

Tabla 1: Simulación numérica para determinar los integrantes del cártel. $g(m) = \ln(m)$, $f(m) = e^{m-1} - 1$, n=5; $\Phi = 1.5$, $\phi = 1.5$, ω=0.4, Ω=0.6, $\mathcal{C}$=10,000, h=4,000, L=452.

De la tabla se observa que el número óptimo de integrantes en el cártel es $l^* = 2$, ya que cuando *m>2* los beneficios de los integrantes del cártel disminuyen. Esto se muestra capturado en la siguiente gráfica.



El óvalo marca el número óptimo de equilibrio de los integrantes del cártel.

4.2 Dinámicas comparadas Plan Colombia

A continuación se realiza una simulación para observar cómo cambian los principales resultados cuando se implementa el Plan Colombia y se permite la colusión entre los agentes. Se hace los siguientes supuestos $g(m) = \ln(m)$,$f(m) = e^{m-1} - 1$, n=2, $\Phi = 1.5$, ϕ=1.5, ω=0.4, Ω=0.6, $\mathcal{C}$=10,000, h=4,000,000,000, L=452,200.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
m=1	Después	Antes	m=2	Después	Antes		Después m=2	Antes m=1
1-P	0.3799	0.5417	1-P	0	0	1-P	0	0.5417
$1-P_{cártel}$	0.3799	0.5417	$1-P_{cártel}$	0.8018	0.9853	$1-P_{cártel}$	0.8018	0.5417
q	0.4042	0.629	q	0	0	q	0	0.629
q_c	0.4042	0.629	q_c	0.5346	0.7417	q_c	0.5346	0.629
$Q_{industria}$	0.8084	1.258	$q_{industria}$	0.5346	0.7417	$Q_{industria}$	0.5346	1.258
$q_{después}/q_{antes}$	0.64260731		$q_{después}/q_{antes}$	0		$q_{después}/q_{antes}$	0	
$q_{c\ después}/q_{c\ antes}$	0.64260731		$q_{c\ después}/q_{c\ antes}$	0.72077659		$q_{total\ después}/q_{total\ antes}$	0.42496025	

Tabla 2: Dinámica comparada Plan Colombia se supone $g(m) = \ln(m)$, $f(m) = e^{m-1} - 1$, n=2; $\Phi = 1.5$, $\phi = 1.5$, ω=0.4, Ω=0.6, $\mathcal{C}$=10,000, h=4,000,000, 000, L=452,200. Las tres primeras columnas consideran m=1, las siguientes 3 consideran m=2, la columna 8 considera m=2, la columna 9 considera m=1.

La tabla 2 muestra diferentes casos donde se implementa el Plan Colombia. Las primeras tres columnas corresponden al caso donde no se forma ningún cártel. Las siguientes tres columnas corresponden al caso donde se forma un cártel antes y después del Plan Colombia. Mientras las últimas dos columnas muestran el caso mixto. Es decir el caso donde no hay cártel antes del Plan Colombia, pero sí se forma un cártel después del Plan Colombia. Al comparar los resultados entre los casos donde no hay cártel y cuando si lo hay se observa que $q_{industria}$ es mayor para el caso donde no se forma ningún cártel tanto para los escenarios antes como después. Por último se observa que la reducción de la $Q_{industria}$ en el caso mixto es mucho mayor que en el caso donde no se forma un cártel ni antes ni después.

5. Conclusiones.

A diferencia de otros modelos que han sido desarrollados, en esta tesis se presenta un modelo donde se considera a varios productores de droga y se permite la colusión entre ellos. Los productores se enfrentan contra el estado para realizar sus actividades ilegales y se enfrentan entre ellos para aumentar el área individual de cultivo. El estado enfrenta a los productores en dos frentes: el control de las tierras de cultivo y la erradicación de cultivos ilegales para reducir el número de drogas que pueden ser exportadas.

El cártel obtiene mayores beneficios cuando aumenta el número de integrantes. Sin embargo, los integrantes pueden ver disminuidos sus beneficios debido a que la repartición es mayor. En consecuencia hay un número óptimo de integrantes donde se maximiza el beneficio de cada integrante.

A diferencia de modelos anteriores, se obtuvo que un aumento en el número de productores tiene un efecto ambiguo en el narcotráfico ya que aumenta los beneficios del cártel, aumentando los incentivos a la colusión, pero por otro lado disminuye los beneficios de los productores individuales. Por otra parte, se obtuvo que una mayor colusión disminuye la producción de droga de la industria. Esto se debe a dos razones, la primera es que el cártel internaliza los efectos de su producción sobre el resto de los agentes. La segunda es que el cártel puede evitar más fácilmente la campaña de erradicación emprendida por el estado, debido al término de la superaditividad de los esfuerzos, por lo que los integrantes del cártel no necesitan tener cultivos extensos para compensar la pérdida de la droga cultivada.

La implementación de planes, tipo Plan Colombia, pueden tener un resultado ambiguo en la reducción de exportación de droga cuando los incentivos a coludirse disminuyen con la implementación del plan.

El modelo utilizó como supuesto que sólo se podía formar un cártel. Este supuesto es muy restrictivo, por lo que en futuros trabajos se puede modificar dicho supuesto. Por otra parte se eliminó el problema del oportunismo (free rider) suponiendo que los productores pagaban sus cuotas antes de que el cártel se enfrentara contra el resto de los individuos. Este supuesto también podría considerarse restrictivo. En futuros trabajos se puede explorar cuales son las condiciones necesarias para que no haya incentivos a desviarse. Otras modificaciones que se pueden hacer es usar distintas funciones de conflicto que permitan la formación de alianzas cuyas especificaciones simplifiquen el problema ó eliminar el supuesto de información perfecta entre los agentes.

Bibliografía

Garfinkel, Michelle R; Skaperdas, Stergios (2007) “Economics of Conflict: An Overview. Handbook of Defense” *Economics,* pp. 649-709

Grossman, Herschel I (1991) “A General Equilibrium Model of Insurrections”, American Economic Review. 81, September, pp. 921-21.

Grossman, Herschell I; Mendoza, Juan (2001) “Butter and guns: Complementarity between economic and military competition”, Economics of Governance, pp. 25-33

Grossman, Herschel I; Mejía Daniel (2008) “The war against drug producers”, Economics of governance. 9, Enero, pp. 5-23.

Konrad, Kai A (2008) “Strategy and Dynamics in Contests” en WZB and Free University of Berlin

Skaperdas, Stergios (1994) “Contest success functions”, Economy Theory. 7, pp. 283-290.

Skaperdas, Stergios (1998) “On the formation of alliances in conflict and contests”, Public Choice. 96, pp. 23-42.